

# TRAVELLING SALESMAN PROBLEM

**Adam Kolář**

Bachelor Degree Programme (3), FIT BUT

E-mail: xkolar14@stud.fit.vutbr.cz

Supervised by: František V. Zbořil

E-mail: zboril@fit.vutbr.cz

**Abstract:** The aim of this part of my bachelor's thesis was to design and experiment with the environment, which would demonstrate the possibility of genetic algorithms with different parameters of crossing, mutations and the extent of the population to solve the problem of finding the shortest Hamiltonian cycle in the complete undirected graphs

**Keywords:** crossover, mutation, population, fitness function, genotype, Hamiltonian cycle

## 1. ÚVOD

Problém obchodního cestujícího byl rigorózně zkoumán a popsán již počátkem minulého století. Obchodní cestující procestuje všechna města zvolené množiny. Každé, kromě prvního, navštíví právě jednou. Svou cestu zakončí v počátku své trasy. Cílem je najít co nejkratší možnou cestu.

Jedná se o NP-těžký problém (v rozhodovací variantě popsané Turningovým strojem o NP-úplný), jehož stavový prostor s počtem měst roste exponenciálně, a tudíž nelze popsat polynomiálním vztahem. Výsledný počet variant odpovídá permutaci měst bez opakování.

Proto se používají různé optimalizační stochastické metody, které s využitím heuristik dokážou efektivně aproximovat nejlepší řešení. Mezi ně patří i využití genetických algoritmů.

## 2. GENETICKÉ ALGORITMY

### 2.1. PŮVOD MYŠLENKY

Genetické algoritmy (dále GA) vycházejí z evoluční Darwinovy teorie o vývoji druhů. Stěžejních je několik základních myšlenek:

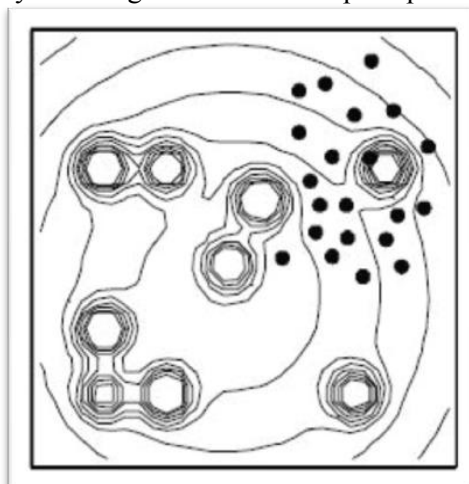
- Jedinci nejsou neměnní a dědí vlastnosti po rodičích.
- Do reprodukčního cyklu častěji vstupují silnější jedinci.
- Dochází ke genetickému driftu.

### 2.2. IMPLEMENTACE PROBLÉMU OBCHODNÍHO CESTUJÍCÍHO V RÁMCI GA

Populace jedinců, reprezentovaných svými chromozomy, je na začátku řešení inicializována skupinou Hamiltonovských kružnic. Ty jsou náhodně zkonstruovány kongruentním generátorem. Celý genotyp, ze kterého jsou bezzbytku vytvářeny chromozomy, se homeomorfně zobrazuje na množinu všech měst. Každé město představuje jeden gen genotypu. Následuje křížení (kombinace sekvencí genů dvou rodičů) a mutace jedinců (přeskupení genů v chromozomu) v určeném poměru, ze kterých vzejde nová populace. Do té se dostane i předem zvolený počet nejsilnějších z populace předchozí. Každý nově tvořený jedinec vždy splňuje kritéria nastolená v úvodním popisu problému obchodního cestujícího.

Síla jedinců je vyjádřena fitness funkcí, kterou jsem definoval pomocí eukleidovské vzdálenosti. Fitness funkce se uplatní v ruletových algoritmech výběru jedinců vhodných

k rozmnožování. Během tvorby dalších generací se řešení postupně zlepšuje.



Obrázek 2-1 Vrstevnicový pohled na fitness funkci

Na obrázku 2-1 je znázorněn vrstevnicový model fitness funkce s jejími lokálními maximy. Černé tečky jsou jedinci dané generace. Jejich cílem je dostat se do oblasti ohraničené největším gradientem. Pokud dochází k mutacím, jejich posun je nedeterministický, pokud ke křížení, pohybují se směrem největšího růstu [1].

### 2.3. MOŽNOSTI APLIKACE

Aplikace je implementována v jazyce C++ na bázi Qt 4.7 frameworku s podporou flexibilní tvorby grafů pomocí Qwt toolkitu. Jelikož se používají náročné výpočty, celá aplikace je rozdělena do několika vláken, což optimalizuje výkon především na vícejádrových procesorech.

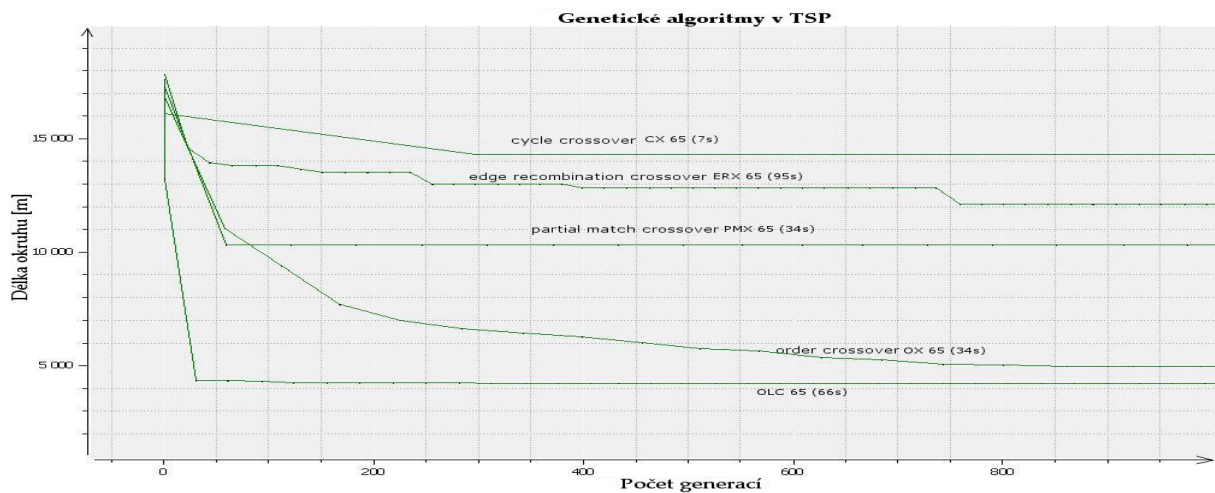
Uživatel má možnost testovat několik známých algoritmů křížení a několik mnou navržených se silnou heuristikou. Lze použít i kombinace vybraných křížení. Mutace jsou implementovány tři (inverze úseků, výměna jednotlivých genů a úseků genů). Lze je také kombinovat a dokonce jejich spojením vytvářet nové. Mutacím můžeme nastavit procentuelní podíl na tvorbě nové generace. Je možné používat různé velké populace s různým počtem přeživších jedinců nad námi zvoleným počtem měst. Aplikace podporuje několik módů chodu jako nekonečný běh nebo ukončení se zadanou podmínkou na přesnost řešení. Důležitým faktorem akcelerace je možnost použití dynamických mutací. Ty zvyšují procento mutace při stagnaci řešení. Možnost adaptivních mutací zase zaleňuje i jiné než vybrané mutace tak, aby se řešení dostalo z lokálních minim a generovalo lepší výsledek.

## 3. EXPERIMENTY

Bylo použito několik sad testů sledujících různé cíle:

- Velikost populace bez použití mutací

Pro svou aplikaci, ve které jsem testoval skupiny do 1000 měst, jsem experimenty určil optimální velikost populace na 65 jedinců s 10 přeživšími. Diskutoval jsem jev zpomalování distribuce vlivu silných jedinců ve větších populacích. Popsal jsem uniformizaci malých populací u křížení OX (order crossover) spojených s ruletovým výběrem. Dále pozitivní jev konvergence metod při inicializaci populace výchozími kvalitními jedinci. Tento fakt se potvrdil u kombinovaných metod křížení, ve kterých se vyskytovala metoda se silnou heuristikou, generující potomky jako uspořádanou posloupnost dle vzdáleností sousedních měst, vycházející z kombinace chromozomů rodičů. Na závěr jsem porovnal všechny metody křížení (obrázek 3-1). Počet měst přitom vzájemně celkové výsledky neovlivňoval.



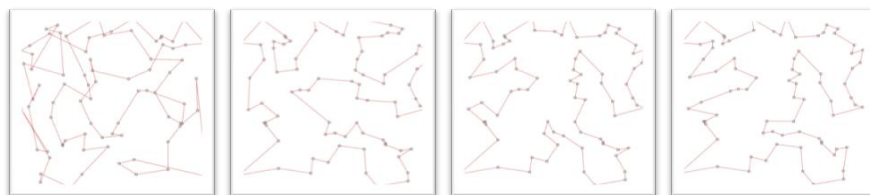
Obrázek 3-1 Porovnání metod křížení s populací 65-10 bez mutací nad 50 měst (nejkratší okruh)

- Vliv mutací na řešení

Vliv mutací měl u všech metod stejný průběh. Nejlepších výsledků dosahovala metoda inverze, která vybírá náhodně úsek genů, a jejich pořadí převrátí. Pokud si představíme jednoduchou smyčku, kterou inverzní mutací pokryjeme, dojde k jejímu rozpletení. U kombinovaných ani spojených metod jsem nedosahoval lepších výsledků. Spojením metod mnohdy docházelo k vzájemnému znehodnocení samostatně fungujících přístupů. Dále jsem testoval procentuelní zastoupení mutací. Mutace s menším vlivem na progresi řešení mají menší schopnost odlišit dvě řešení lišící se procentuálním výskytem těchto mutací. Čím je metoda křížení efektivnější a čím menší schopnost prosadit se do řešení metoda mutací má, tím menší rozdíl mezi křivkami bude.

- Zátěžové testy

Sadou zátěžových testů jsem otestoval jednotlivé metody. Nejrychleji aproximovalo řešení nastavením kombinovaného křížení metod OX a OLC (moje metoda silné heuristiky pro úvodní nastartování populace) v poměru 80:20 s 3% inverzní mutací a povolením dynamického provádění s adaptivním přístupem mutací řízených podmínkou 350 generací bez zlepšení. Řešení prováděla 65 členná populace. Cestu přes 80 měst vyřešila až do lokálního minima za 438s.



Obrázek 3-2 Vývoj nejlepšího řešení s ukázkami

#### 4. ZÁVĚR

Aplikace pokryla základní problematiku GA a lze pomocí ní demonstrovat rozličné přístupy řešení. Momentálně je vyvíjen modul využívající pro stejný problém metodu neuronových sítí. Rád bych na tomto místě poděkoval panu doc. Ing. Františku V. Zbořilovi CSc. za odborné vedení, konzultace a slečně Janě Koplové za pomoc s grafickým návrhem.

#### LITERATURA

[1] BUTHAINAH, Fahren Al-Dulaimi and HAMZA, A. Ali. *Enhanced Traveling Salesman Problem Solving by Genetic Algorithm Technique*. World Academy of Science. 2008.