

# ESTIMATION OF EQUIVALENT CIRCUIT PARAMETERS OF A CRYSTAL RESONATOR

Lukáš Ryšavý

Bachelor Degree Programme (3), FEEC BUT

E-mail: xrysav13@stud.feec.vutbr.cz

Supervised by: Petr Sedlák

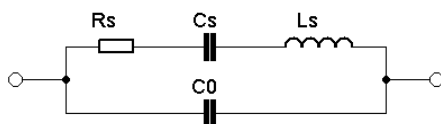
E-mail: sedlakp@feec.vutbr.cz

**Abstract:** The paper deals with a simple measurement setup and algorithm which estimates the parameters of Mason electrical equivalent circuit for piezoelectric resonators. Firstly, mechanical quality factor, parallel frequency, serial frequency and series resistance are evaluated on the basis of precise measurements. The algorithm, which is implemented in MATLAB, estimates rest of equivalent circuit parameters. Verification was carried out on quartz crystal resonators. The measurements and simulations based on estimated values are in good agreement.

**Keywords:** resonator, equivalent electrical circuit, parameters

## 1. ÚVOD

Piezoelektrické rezonátory patří mezi základní konstrukční prvky řady moderních zařízení. Nacházejí uplatnění nejen v tradičních aplikacích, jako jsou oscilační a filtrační obvody či budiče akustického signálu, ale také čím dál tím více jako rezonanční snímače neelektrických veličin, základní součásti piezoelektrických aktuátorů a ultrazvukových motorů. Pro návrh elektrického obvodu obsluhujícího konkrétní piezoelektrický rezonátor je nezbytná znalost modelu, tj. popis chování konkrétního rezonátoru. Masonův náhradní obvod na obrázku 1 představuje jeden ze základních popisů chování piezoelektrického měniče z hlediska teorie obvodů. Tato práce prezentuje jednoduché měřicí pracoviště a zejména algoritmus pro odhad parametrů prvků tohoto náhradního obvodu.



Obrázek 1: Masonův náhradní elektrický obvod

## 2. MĚŘICÍ PRACOVISŤE KRYSTALOVÉHO REZONÁTORU

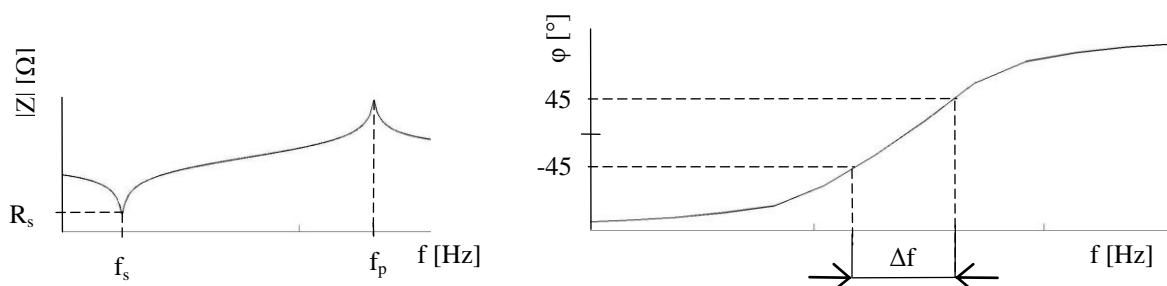
Základní prvek měřicího pracoviště tvoří RLCG – most HP 4285A, který umožňuje měřit impedanci a fázi vzorku v závislosti na frekvenci. Tento přístroj je spojen s počítačem prostřednictvím univerzální sběrnice GPIB, a řízen mým softwarem, který zajišťuje veškerou komunikaci potřebnou pro měření impedanční a fázové charakteristiky zkoumaného rezonátorů. Software byl vytvořen v programovém prostředí MATLAB a dále obsahuje algoritmus pro stanovení parametrů jednotlivých prvků v náhradním elektrickém obvodu piezoelektrického rezonátoru. Tento algoritmus je detailně popsán v následující kapitole.

## 3. ODHAD PARAMETRŮ V NÁHRADNÍM ELEKTRICKÉM OBVODĚ

Nejprve jsou naměřeny impedanční a fázové charakteristiky [2] ve vhodném frekvenčním rozsahu, který je nalezen metodou půlení intervalu. Na základě těchto charakteristik jsou určeny hodnoty

koeficientu kvality  $Q$  a sériového odporu  $R_s$  [1]. Stanovení parametrů  $Q$  a  $R_s$  ukazuje obrázek 2, kde parametr  $R_s$  je roven nejmenší hodnotě impedance  $|Z|$ , která také koresponduje s frekvencí pro sériovou rezonanci  $f_s$ . Paralelní rezonance  $f_p$  odpovídá frekvenci s hodnotu nejbližšího lokálního maxima impedance  $|Z|$ . U fázové charakteristiky jsou nalezeny frekvence při  $-45^\circ$  a  $45^\circ$ , ze kterých je určen rozdíl frekvencí  $\Delta f$  a následně vypočítán koeficient kvality  $Q$  na základě vzorce

$$Q = \frac{f_s}{\Delta f} \quad (1)$$



**Obrázek 2:** Určení parametrů z impedanční a fázové charakteristiky

Poté jsou stanoveny zbývající hodnoty parametrů, pro ideální sériový RLC obvod je  $Q$  rovno

$$Q = \frac{1}{R_s} \sqrt{\frac{L_s}{C_s}} \quad (2)$$

a sériová rezonance u RLC obvodu je pak rovna

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}} \quad (3)$$

Na základě vztahů (2) a (3) můžeme odvodit sériové parametry indukčnosti  $L_s$  a kapacity  $C_s$ , ze kterých upravíme rovnici pro parametr  $L_s$  a to následně

$$Q = \frac{1}{R_s} \sqrt{\frac{L_s}{C_s}} \Rightarrow \frac{L_s}{C_s} = (QR_s)^2 \Rightarrow L_s = C_s \cdot (QR_s)^2, \quad (4)$$

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s C_s}} \Rightarrow L_s C_s = \left(\frac{1}{2\pi \cdot f_s}\right)^2. \quad (5)$$

Dosazením rovnice (4) do (5) získám parametr sériové kapacity  $C_s$

$$C_s \cdot Q \cdot R_s = \frac{1}{2\pi \cdot f_s} \Rightarrow C_s = \frac{1}{2\pi \cdot f_s \cdot Q \cdot R_s}. \quad (6)$$

Paralelní kapacita  $C_0$  je vypočtena na základě již stanovených parametrů náhradního elektrického obvodu úpravou vztahu pro paralelní rezonanci

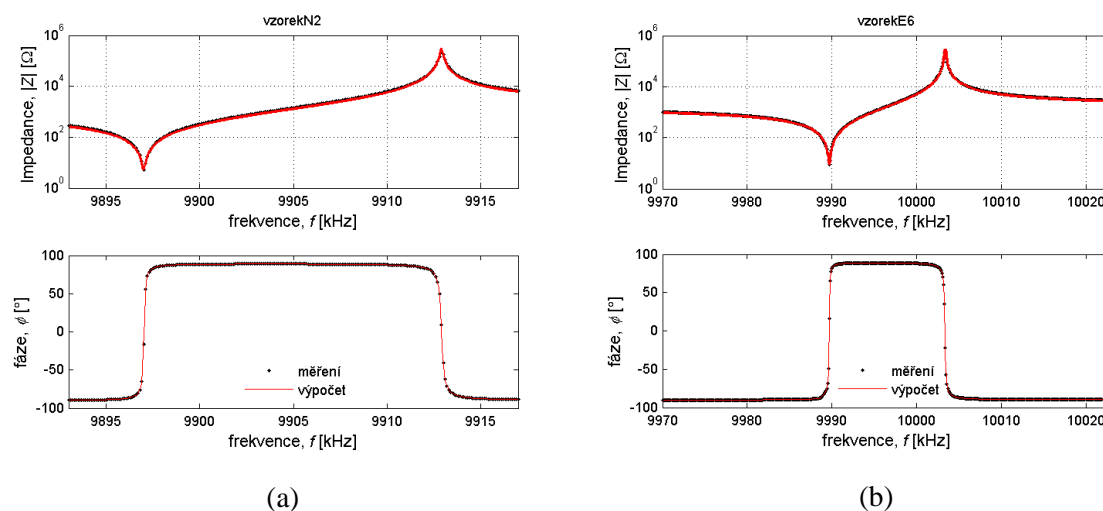
$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_s \cdot \frac{C_s \cdot C_0}{C_s + C_0}}}, \quad (7)$$

na vztah pro paralelní kapacitu  $C_0$

$$C_0 = \frac{1}{L_s \cdot (2\pi \cdot f_p)^2 - \frac{1}{C_s}}. \quad (8)$$

#### 4. VERIFIKACE ODHADU PRVKŮ OBVODU

Algoritmus pro odhad parametrů v náhradním obvodu piezoelektrického rezonátoru je verifikován na základě porovnání vypočtené a naměřené impedanční charakteristiky vzorku v blízkosti jeho základní pracovní frekvence. Porovnáním takto vypočtené elektrické impedance z odhadnutých parametrů a naměřených hodnot lze vyhodnotit přesnost algoritmu. Obrázek 3 ukazuje dobrou shodu mezi experimentálně naměřenými závislostmi a simulovanými hodnotami, které byly vypočítány na základě Masonova náhradního elektrického obvodu pro nezatížený piezoelektrický rezonátor. Tabulka 1 uvádí stanovené hodnoty náhradního obvodu pro vybrané vzorky křemenných krystalů.



**Obrázek 3:** Odhadnuté parametry prvků náhradního obvodu piezoelektrického rezonátoru vybraných vzorků

Parametry	$R_s$ [ $\Omega$ ]	$C_s$ [fF]	$L_s$ [mH]	$C_0$ [nF]
Vzorek (a)	5,209	40,62	6,4	1,263
Vzorek (b)	8,665	27,19	9,3	9,904

**Tabulka 1:** Hodnoty parametrů náhradního obvodu vybraných vzorků

#### 5. ZÁVĚR

Článek popisuje jednoduché měřicí pracoviště pro stanovení hodnot jednotlivých prvků náhradního elektrického obvodu piezoelektrického rezonátoru. Nejdříve je provedeno měření elektrických charakteristik, na jejichž základě měření jsou stanoveny hodnoty koeficientu kvality  $Q$ , frekvence sériové rezonance  $f_s$ , paralelní rezonance  $f_p$  a hodnoty sériového odporu  $R_s$ . Tyto hodnoty jsou podkladem pro výpočet parametrů  $L_s$ ,  $C_s$  a  $C_0$ . Experimentálně stanovené hodnoty korespondují s hodnotami simulovanými.

#### REFERENCE

- [1] ALEKSEEV, S.G.; MANSFEL'D, G.D. Physical processes in elektron devices : A Simple Procedure for Measuring the Q Factor of and Attenuation in Acoustic-Resonators. In Journal of Communications Technology and Electronics. Moscow : Pleiades Publishing, 2008. s. 113-117.
- [2] *Cp.literature.agilent.com* [online]. 4th edition. 2009 [cit. 2010-12-10]. Agilent Impedance Measurement Handbook. Dostupné z WWW: <<http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5950-3000.pdf>>.