

ESTIMATION OF INSTANTANENOUS FREQUENCY

Šimon Mik

Bachelor Degree Programme (1), FEEC BUT
E-mail: xmiksi00@stud.feec.vutbr.cz

Supervised by: Radek Kubásek
E-mail: kubasek@feec.vutbr.cz

ABSTRACT

This article describes different instantaneous frequency estimators. One of frequency estimator is algorithm based on derivation phase of analytical signal. Other four nonlinear instantaneous frequency estimators are derived by covariance algorithm and Prony's method. The algorithm of separation of the discrete energy (DESA) estimate instantaneous frequency too. Individual methods are testing for harmonical signals with different frequency and different time process. Outcomes of tests are compared.

1. ÚVOD

V příspěvku budou popsány algoritmy, které můžeme použít k nejpřesnějšímu a nejrychlejšímu výpočtu okamžité frekvence. Následně budou uvedeny závěry, ke kterým jsme došli po implementaci uvedených algoritmů v programu Matlab. Metody porovnááme ze dvou hledisek. Prvním hlediskem je přesnost metod v závislosti na časovém průběhu vstupního signálu. Druhým hlediskem je přesnost metod v závislosti na poměru frekvence a vzorkovací frekvence vstupního signálu.

Cílem této práce je zhodnocení jednotlivých metod a posouzení, která metoda vykazuje nejlepší vlastnosti.

2. ROZBOR

Metody výpočtů, které jsme podrobili pozorování můžeme rozdělit na dvě skupiny.

První možností je algoritmus založený na derivaci fáze analytického signálu [1]. Zde využijeme Hilbertovu transformaci k odvození analytického signálu ze signálu reálného. A potom derivujeme fázi analytického signálu pomocí numerické derivace.

Druhou možností je využití vzorců odvozených z nelineárních predikčních algoritmů (Desa - the discrete energy separation Algorithm, Pronyho metoda a modifikovaná kovariance) uvedených v [2]. Tyto metody můžeme rozdělit na čtyřbodové a pětibodové. Jedná se o vzorce: DESA-1a (4body), Modifikovaná kovariance (4body), Prony (4body), DESA-1 (5bodů), DESA-2 (5bodů), Modifikovaná kovariance (5bodů), Modifikovaná pronyho metoda (5bodů).

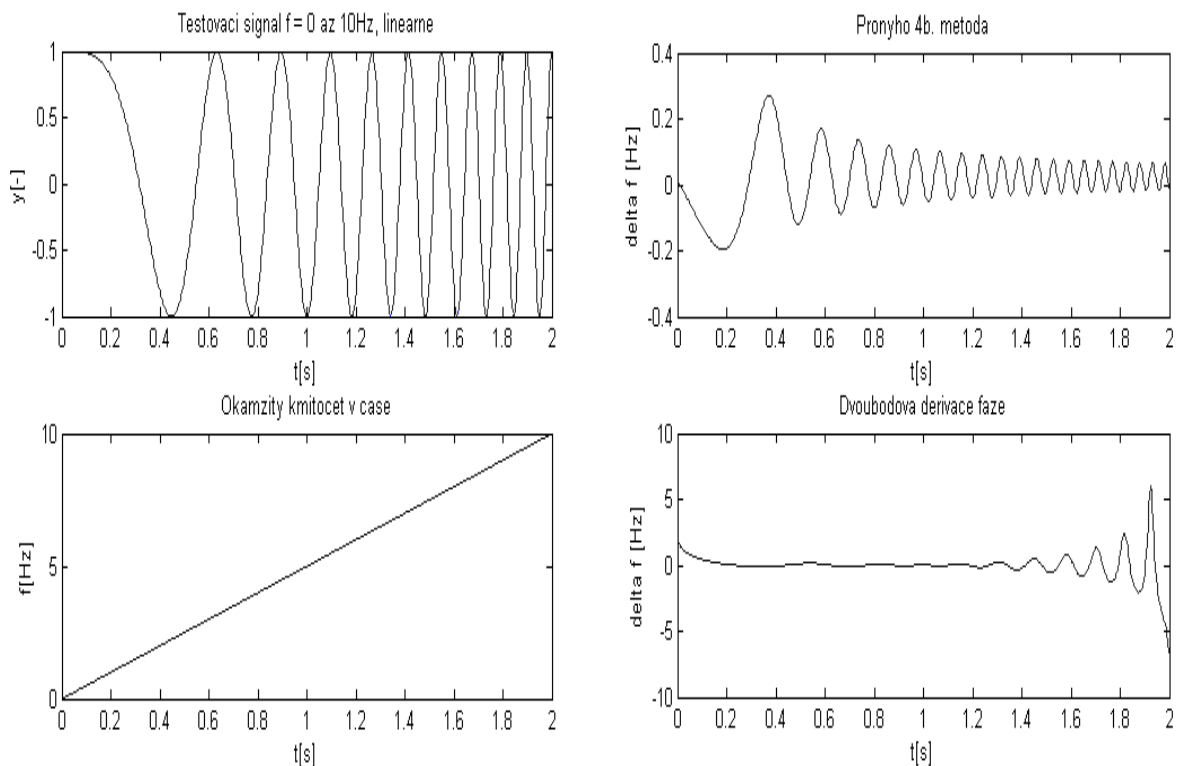
3. VÝSLEDKY

3.1. PŘESNOST METOD V ZÁVISLOSTI NA ČASOVÉM PRŮBĚHU VSTUPNÍHO SIGNÁLU

Vytvořili jsme testovací signály s časově proměnnou frekvencí a porovnávali přesnost výpočtů u jednotlivých metod. Odchytky frekvencí jsou definovány následujícím vztahem:

$$\Delta f(i) = f_{\text{vyp}}(i) - f_s(i) = \frac{\Omega(i)}{2\pi} - f_s(i). \quad (1)$$

Nejpřesnější dle simulací byly metody odvozené z DESA algoritmu a čtyřbodové Pronyho metody. Metody založené na derivaci fáze jsou zpravidla méně přesné, a to v závislosti na vlastnostech vstupního signálu až o 5 řádů, pokud je na vstupu signál s konstantní frekvencí. Jen při skokových změnách vstupního signálu je použití metody derivující fázi přesnější. Na obrázku 1 je testovací signál s lineárně rostoucí frekvencí a odchytky, kterých se dopouštějí metody Prony 4b a dvoubodová derivace, při počítání okamžité frekvence daného testovacího signálu.



Obrázek 1: Vlevo: testovací signál a jeho okamžitá frekvence, vpravo: závislost vypočtené odchytky (1) na čase, pro čtyřbodovou Pronyho metodu a dvoubodovou derivaci fáze.

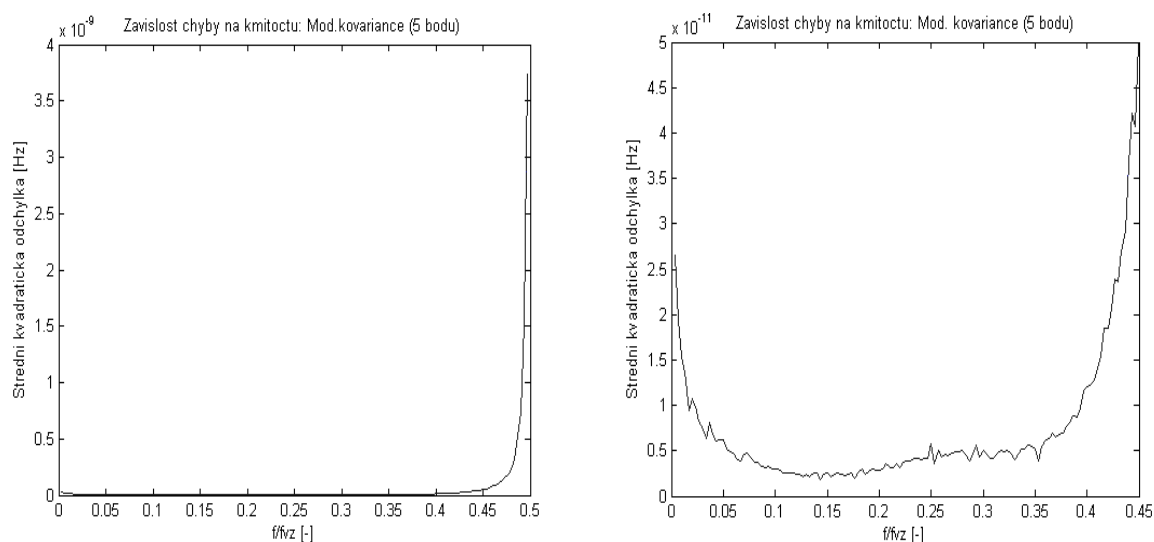
3.2. PŘESNOST METOD V ZÁVISLOSTI NA POMĚRU FREKVENCE A VZORKOVACÍ FREKVENCE

Okamžitá frekvence harmonického signálu je počítána v rozsahu od 1 Hz až do poloviny vzorkovacího kmitočtu. Porovnáваме střední kvadratickou odchytku:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - E(x))^2} . \quad (2)$$

Největší chyby pozorujeme na nejvyšších kmitočtech. Minimální hodnota odchyly se pohybuje přibližně na frekvenci, která je čtvrtinová k frekvenci vzorkovací. Nejpřesnější jsou metody modifikované kovariance.

U metod derivujících fázi je hodnota střední kvadratické odchyly malá na nejmenších frekvencích a s rostoucí frekvencí se zvyšuje.



Obrázek 2: Vlevo: Závislost odchyly (2) na kmitočtu v rozsahu 1 Hz až 0,5 f_{vz} , vpravo: závislost odchyly (2) na kmitočtu v rozsahu 1 Hz až 0,45 f_{vz} .

4. ZÁVĚR

Metody založené na derivaci fáze jsou odvozeny z definičního vztahu pro okamžitý kmitočet. Jejich použití je méně přesné a výpočetně o mnoho náročnější. Musíme počítat Hilbertovu transformaci a počítat s komplexními čísly. Metoda ovšem spolehlivě počítá libovolný signál, jehož maximální frekvence odpovídá polovině vzorkovacího kmitočtu.

Nelineární metody jsou odvozeny z lineárních predikčních algoritmů. Jejich použití je přesnější a výpočetně nenáročné (používají se pouze základní matematické operace). Některé metody nemusí vždy přesně fungovat pro určitý typ signálu nebo frekvenční rozsah (Modifikovaná Pronyho metoda 5b., DESA-2 5b.). Z hlediska časově proměnného vstupního signálu jsou nejpřesnější metody DESA a Prony 4b. Pro signály obsahující vysoké frekvence je vhodné použít metody modifikované kovariance.

LITERATURA

- [1] Prof. Jiří Jan, *Číslicová filtrace analýza a restaurace signálů*, 2. upravené a rozšířené vydání, VUTIUM Brno, 2002, ISBN 80-214-1558-4.
- [2] L. B. Fertig and J. H. McClellan, Instantaneous Frequency Estimation Using Linear Prediction With Comparisons to the DESAs, *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 3, pp. 54-56, Feb. 1996.